www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)		تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۲۳	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰		سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**	

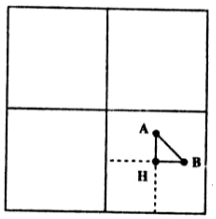
ردیف	سؤالات	نمره
۱	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید به ازای هر عدد طبیعی n ، 9^n-1 بر ۸ بخش پذیر است .	۱/۷۵
۲	با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید مربع یک عدد فرد ، یک عدد فرد است.	۱
۳	نشان دهید $\sqrt{2}$ گنگ است. (برهان خلف)	۱/۲۵
٤	پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض اند. ثابت کنید : حداقل فاصلهٔ دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.	۱/۷۵
۵	به کمک جبر مجموعه ها تساویهای زیر را ثابت کنید : **الف** : $(A-B)\cap C=(A\cap C)-B$ **ب**: $(B-A)\cup(A\cap B)=B$	۱/۵
٦	اگر $A=\{x\in R \mid 1\le x\le 3\}$ و $B=\{x\in R \mid 2<x<4\}$ نمودار $A\times B$ را در صفحه مختصات نمایش دهید .	۱
۷	رابطهٔ R به صورت زیر تعریف شده است . این رابطه را با نوشتن اعضاء مشخص کنید . $R=\{(a,b) \mid a,b\in N \ , \ a\cdot b\le 4\}$	۱
۸	نمودار رابطهٔ $R=\{(x,y)\in R^2 \mid x^2+y^2\le 1\}$ را در دستگاه مختصات رسم کنید .	۰/۵
۹	رابطهٔ R در Z به صورت $xRy \Leftrightarrow 2 \mid x-y$ تعریف شده است . **الف)** ثابت کنید R یک رابطهٔ هم ارزی است . **ب)** رابطهٔ R مجموعهٔ Z را به چند کلاس هم ارزی افراز می کند ، این کلاسها ی هم ارزی را مشخص کنید .	۱/۵
۱۰	یک سکه سالم را دوبار می اندازیم ، مطلوب است : **الف)** فضای نمونه ای این تجربهٔ تصادفی. **ب)**پیشامد A آنکه هر دوبارپشت بیاید. **پ)**پیشامد B آنکه لااقل یک بار پشت بیاید. **ت)** پیشامد $A\cup B'$.	۲
۱۱	در کیسه ای ۵ مهرهٔ سفید و ۶ مهرهٔ سیاه موجود است از این کیسه ۳ مهره به تصادف و بدون جایگذاری بیرون می آوریم مطلوبست احتمال اینکه هر سه مهره همرنگ باشند .	۱/۵
۱۲	تاس سالمی را ۱۰ بار می ریزیم ، احتمال اینکه ۶ بار بر آمد تاس یک عدد فرد باشد چیست ؟	۱
۱۳	فرض می کنیم $S=\{a,b,c,d\}$ مطلوبست $P(a'),P(b')$ در صورتیکه داشته باشیم : $P(c)=P(d)=\frac{1}{4}$, $P(a)=2P(b)$	۱/۵
۱٤	دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین ۰ و ۴ انتخاب می شوند. مطلوبست احتمال آنکه مجموع دو عدد بین ۲ و ۴ باشد .	۱/۵
۱۵	برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه ای S ثابت کنید: $P(A'\cup B')=1-P(A)-P(B)+P(A\cup B)$ **«موفق باشید»**	۱/۲۵
	جمع نمرات	۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آمرزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: **۱۳۸۱/۰۳/۲۳**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم **سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰**	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	$P(n): 9^n - 1 = 8r \quad (0/25)$ $\begin{cases} P(1): 9-1 = 8r \Rightarrow 8 = 8\times 1 \quad (0/25) \\ P(k): 9^k - 1 = 8r \quad (0/25) \end{cases}$ $P(k+1): 9^{k+1} - 1 = 8r' \quad (0/25)$ حکم استقرا طرفین $P(k)$ را در عدد ۹ ضرب می کنیم $9(9^k - 1) = 9(8r) \quad (0/25)$ $9^{k+1} - 1 = 9(8r) + 8 = 8(9r+1) = 8r' \quad (0/25)$
۲	$x = 2k+1 \xrightarrow{(0/25)} x^2 = (2k+1)^2 \xrightarrow{(0/25)} x^2 = 4k^2 + 4k + 1 \quad (0/25)$ $x^2 = 2(2k^2 + 2k) + 1 \Rightarrow x^2 = 2k' + 1 \quad (0/25)$
۳	ازبرهان خلف استفاده کرده ومی گوییم اگر $\sqrt{2}$ گنگ نباشدپس گویاست $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ (۰/۲۵) که p وq نسبت به هم اولندیعنی $(p,q) = 1$ $(\sqrt{2} = \frac{p}{q})^2 \Rightarrow 2 = \frac{p^2}{q^2} \Rightarrow p^2 = 2q^2 \quad (0/25)$ چون P^2 عددی زوج است پس P نیز زوج است یعنی $P = 2K$ (۰/۲۵) در نتیجه $P^2 = 4K^2$ و $q^2 = 2K^2$ چون q^2 زوج است پس q نیز زوج است (۰/۲۵) و این خلاف فرض است زیرا در اینصورت p و q هر دو مضارب ۲ هستند. (۰/۲۵) و نمی توانند نسبت به هم اول باشند در نتیجه $\sqrt{2}$ گنگ است.
٤	مربع به ضلع ۲ را به ۴ مربع مساوی به ضلع ۱ تقسیم می کنیم (مطابق شکل) (۰/۲۵) بنابر اصل لانه کبوتر ۴ < ۵ ۴ لانه کبوتر = ۴مربع ۵کبوتر = ۵ نقطه  (۰/۲۵) $5 \vdash \frac{4}{1} \longrightarrow 1+1=2$ پس حداقل دو تا از این نقطه ها داخل یکی از مربع ها قرار می گیرند . (۰/۲۵) $(AB)^2 = (AH)^2 + (BH)^2 \quad (0/25)$ $\begin{cases} AH<1 \Rightarrow (AH)^2<1^2 \\ BH<1 \Rightarrow (BH)^2<1^2 \end{cases} \Rightarrow (AB)^2<1^2+1^2 \quad (0/25) \quad (AB)^2<2 \quad (0/25) \quad AB<\sqrt{2}$ $(0/25)$

ادامه پاسخ سؤالات در صفحه دوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: **جبر و احتمال**	رشته: **ریاضی و فیزیک**
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: **۱۳۸۱/۰۳/۲۳**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم **سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰**	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران **اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی**

۵

الف : $(A-B)\cap C=(A\cap C)-B$

$(A\cap B')\cap C=(A\cap C)-B$ (۰/۲۵)

$(A\cap C)\cap B'=(A\cap C)-B$ (۰/۲۵)

$(A\cap C)-B=(A\cap C)-B$ (۰/۲۵)

ب : $(B-A)\cup(A\cap B)=B$

$(B\cap A')\cup(B\cap A)=B$ (۰/۲۵)

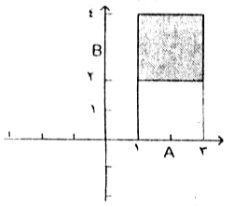
$B\cap(A'\cup A)=B$ (۰/۲۵)

$B\cap(U)=B \Rightarrow$ (۰/۲۵) $B=B$

۶

$A=[۱,۳]$ (۰/۲۵) $B=(۲,۴)$ (۰/۲۵)

$A\times B=\{(x,y)\in R^{۲} \mid ۱\le x\le ۳ \ , \ ۲<y<۴\}$



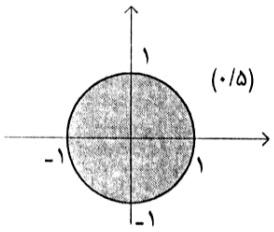
(۰/۵)

۷

$R=\{(۱,۱),(۱,۲),(۱,۳),(۱,۴),(۲,۱),(۲,۲),(۳,۱),(۴,۱)\}$ (۱)

۸

$xRy \Leftrightarrow x^{۲}+y^{۲}\le ۱$



(۰/۵)

ادامه پاسخ سؤالات در صفحه سوم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۲۳
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی

۹

$۲|x-y \qquad x-y=۲K \quad (۰/۲۵) \qquad \{xRx \Leftrightarrow x-x=۲K \qquad ۰=۲(۰) \quad (۱) \quad (۰/۲۵)$

$$\begin{cases} xRy \Rightarrow yRx \\ x-y=۲K \Rightarrow y-x=۲(-K) \end{cases} \quad (۲) \quad (۰/۲۵)$$

$$\begin{cases} xRy \text{ و } yRz \Rightarrow xRz \\ x-y=۲K \\ y-z=۲K' \Rightarrow x-z=۲(k+k')=۲K'' \end{cases} \quad (۳)(۰/۲۵)$$

پس رابطهٔ R هم ارزی است

$$[۰]=\{x|\ xR۰\}=\{x|\ x=۲K\}=\{...,-۴,-۲,۰,۲,۴,...\} \quad (۰/۲۵)$$

$$[۱]=\{x|\ xR۱\}=\{x|\ x=۲K+۱\}=\{...-۳,-۱,۱,۳,...\} \quad (۰/۲۵)$$

۱۰

الف: $S=\{(پ,پ),(د,پ),(پ,د),(د,د)\}$ (۰/۵)

ب: $A=\{(پ,پ)\}$ (۰/۲۵)

پ: $B=\{(پ,د),(د,پ),(پ,پ)\}$ (۰/۵) $\Rightarrow B'=\{(د,د)\}$ (۰/۲۵)

ت: $A\cup B'=\{(پ,پ),(د,د)\}$ (۰/۵)

۱۱

$$n(S)=\binom{۱۱}{۳} \quad (۰/۲۵)$$

$$n(A)=\binom{۵}{۳} \quad (۰/۲۵) \quad \text{هر سه مهره سفید} \quad P(A)=\frac{\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۱}{۳}} (۰/۲۵)$$

$$n(B)=\binom{۶}{۳} \quad (۰/۲۵) \quad \text{هر سه مهره سیاه} \quad P(B)=\frac{\binom{۶}{۳}}{\binom{۱۱}{۳}} \quad (۰/۲۵)$$

هر سه مهره همرنگ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$

$$P(A\cup B)=\frac{\binom{۵}{۳}}{\binom{۱۱}{۳}}+\frac{\binom{۶}{۳}}{\binom{۱۱}{۳}}=\frac{\binom{۵}{۳}+\binom{۶}{۳}}{\binom{۱۱}{۳}} \quad (۰/۲۵)$$

ادامه پاسخ سؤالات در صفحه چهارم

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی و فیزیک
سال سوم آموزش متوسطه شیوه سالی – واحدی (۲۰ نمره ای)	تاریخ امتحان: ۱۳۸۱/۰۳/۲۳
دانش آموزان و داوطلبان آزاد شهر تهران در نوبت دوم سال تحصیلی ۸۱ - ۱۳۸۰	سازمان آموزش و پرورش شهر تهران اداره سنجش وارزشیابی تحصیلی

۱۲

$S=$ {فرد و زوج} (۰/۲۵) $P($فرد آمدن تاس$)=P($زوج آمدن تاس$)=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵)

$P($۶ بار مشاهده عدد فرد$)=\frac{\binom{۱۰}{۶}}{۲^{۱۰}}$ (۰/۵)

۱۳

$P(a)+P(b)+P(c)+P(d)=۱$ (۰/۲۵)

$۲P(b)+P(b)+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}=۱$ (۰/۲۵)

$۳P(b)+\frac{۱}{۲}=۱$

$۳P(b)=\frac{۱}{۲}$ $p(b)=\frac{۱}{۶}$ (۰/۲۵) $P(a)=۲P(b)=۲\left(\frac{۱}{۶}\right)=\frac{۱}{۳}$ (۰/۲۵)

$P(a')=۱-P(a)=۱-\frac{۱}{۳}=\frac{۲}{۳}$ (۰/۲۵) $P(b')=۱-P(b)=۱-\frac{۱}{۶}=\frac{۵}{۶}$ (۰/۲۵)

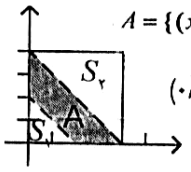
۱۴

$S=\{(x,y)\in R^۲ \mid \ ۰\le x\le ۴\ ,\ ۰\le y\le ۴\}$

$S=[۰,۴]\times[۰,۴] \Rightarrow a(S)=۴\times ۴=۱۶$ (۰/۲۵)

$۲<x+y<۴ \rightarrow \begin{cases} x+y<۴ \\ x+y>۲ \end{cases}$ (۰/۲۵)

$A=\{(x,y)\in R^۲ \mid \ ۲<x+y<۴\}$



(۰/۲۵)

$a(A)=a(S)-[a(S_۱)+a(S_۲)]$ (۰/۲۵)

$a(A)=۱۶-\left[\frac{۲\times ۲}{۲}+\frac{۴\times ۴}{۲}\right]=۱۶-(۱۰)=۶$ (۰/۲۵) $\Rightarrow P(A)=\frac{۶}{۱۶}=\frac{۳}{۸}$ (۰/۲۵)

۱۵

$P(A'\cup B')=P(A\cap B)'=۱-P(A\cap B)$ (۰/۲۵)

$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B) \Rightarrow$ (۰/۲۵)

$P(A\cap B)=P(A)+P(B)-P(A\cup B)$ (۰/۲۵)

$P(A'\cup B')=۱-P(A\cap B)=۱-[P(A)+P(B)-P(A\cup B)]$ (۰/۲۵)

$P(A'\cup B')=۱-P(A)-P(B)+P(A\cup B)$ (۰/۲۵)

همکاران محترم ضمن عرض سلام وخسته نباشید

لطفا برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمائید . با تشکر

www.alm.loxblog.com